

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ
ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΤΡΙΤΗ 24 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2024

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της σταθερής συνάρτησης $f(x) = c$, όπου $x, c \in \mathbb{R}$ και c σταθερά, είναι ίση με το μηδέν, δηλαδή $f'(x) = (c)' = 0$.

Μονάδες 6

A2. Πότε μία συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 5

A3. Έστω x_1, x_2, \dots, x_k οι τιμές μίας μεταβλητής X ενός δείγματος μεγέθους n , όπου k, n φυσικοί αριθμοί με $k \leq n$. Πώς ορίζεται η σχετική συχνότητα f_i της τιμής x_i , $i = 1, 2, \dots, k$;

Μονάδες 4

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Το κυκλικό διάγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση τόσο των ποιοτικών όσο και των ποσοτικών δεδομένων, όταν οι διαφορετικές τιμές της μεταβλητής είναι σχετικά λίγες.

β. Η τυπική απόκλιση είναι μέτρο θέσης.

γ. Αν f, g παραγωγίσιμες συναρτήσεις σε ένα διάστημα Δ , τότε: $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g'(x)$.

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

- δ. Αν η καμπύλη συχνοτήτων είναι κανονική ή περίπου κανονική, με μέση τιμή \bar{x} και τυπική απόκλιση s , τότε το 95% περίπου των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα $(\bar{x} - 2s, \bar{x} + 2s)$.
- ε. Ισχύει $\lim_{x \rightarrow x_0} (k \cdot f(x)) = k \cdot \ell_1$, όπου $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell_1$ και k πραγματική σταθερά.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Ο παρακάτω πίνακας δίνει τον αριθμό των παιδιών ανά οικογένεια ενός δείγματος 20 οικογενειών.

Αριθμός παιδιών x_i	Συχνότητα v_i	Σχετική συχνότητα $f_i\%$	Αθροιστική συχνότητα N_i
0		25	
1			13
2	5		
3			
ΣΥΝΟΛΟ	20	100	

B1. Αφού μεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα στο τετράδιό σας, να συμπληρώσετε σωστά τα κενά.

Μονάδες 9

B2. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή \bar{x} .

Μονάδες 6

B3. Να υπολογίσετε τη διάμεσο δ (μον.3) και το εύρος R (μον.1).

Μονάδες 4

B4. α) Να βρείτε πόσες οικογένειες έχουν τουλάχιστον 2 παιδιά (μον.3).

β) Να βρείτε το ποσοστό των οικογενειών που έχουν το πολύ ένα παιδί (μον.3).

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 - x^2 + \alpha x + \beta$, $x \in \mathbb{R}$, α, β πραγματικοί αριθμοί, για την οποία ισχύουν:

- $f'(2) = 7$.
- Η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο $A(2, -3)$.

Γ1. Να αποδείξετε ότι $\alpha = -1$ και $\beta = -5$.

Μονάδες 7

Για $\alpha = -1$ και $\beta = -5$:

Γ2. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία (μον.6) και να βρείτε τα ακρότατά της (μον.4).

Μονάδες 10

Γ3. Να βρείτε την τετμημένη x_0 του σημείου $K(x_0, f(x_0))$ της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f , στο οποίο η εφαπτομένη έχει τον ελάχιστο συντελεστή διεύθυνσης.

Μονάδες 5

Γ4. Αν $x_1, x_2 \in (1, +\infty)$ με $x_1 < x_2$ να προσδιορίσετε το πρόσημο της διαφοράς $A = f(x_1) - f(x_2)$.

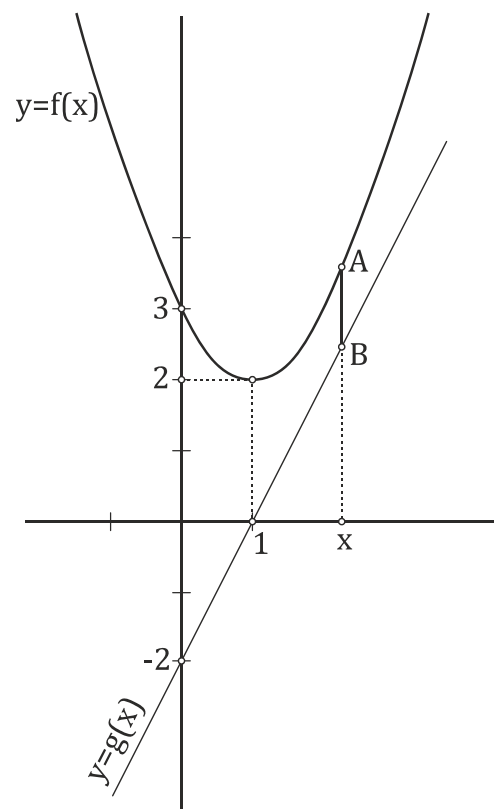
Μονάδες 3

ΘΕΜΑ Δ

Στο διπλανό σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = (x - 1)^2 + 2$ και $g(x) = 2x - 2$, με $x \in \mathbb{R}$.

Δ1. Να αποδείξετε ότι το μήκος του κατακόρυφου τμήματος AB ως συνάρτηση του x δίνεται από τον τύπο $d(x) = x^2 - 4x + 5$, $x \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 4



Δ2. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{d(x)-2}{\sqrt{g(x)}-2}$

Μονάδες 6

Δ3. Να βρείτε την τιμή του x , για την οποία το μήκος $d(x)$ γίνεται ελάχιστο και να το υπολογίσετε.

Μονάδες 6

Δ4. Να βρείτε το σημείο $M(x_0, f(x_0))$ της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f , στο οποίο η εφαπτομένη της είναι παράλληλη στην ευθεία $y = 2x - 2$ (μον.6) και στη συνέχεια να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης αυτής (μον.3).

Μονάδες 9

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιό σας να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα, **μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης**.
4. Κάθε επιστημονικά τεκμηριωμένη απάντηση είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: **17:00**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ